

Recibido: 02.10.2023 • Aceptado: 09.12.2024

Palabras clave: Teoría del caos, neurona, actividad eléctrica, atractores, electrónica analógica

Una mirada al caos y a la computación analógica de sistemas bio-inspirados

LUIS JAVIER ONTAÑÓN GARCÍA PIMENTEL

luis.ontanon@uaslp.mx

JOSÉ LUIS ECHENAUSÍA MONROY

eचनाusia@cicese.mx

JONATAN PEÑA RAMÍREZ

jpena@cicese.mx

ISAAC CAMPOS CANTÓN

icampos@ciencias.uaslp.mx

COORDINACIÓN ACADÉMICA REGIÓN ALTIPLANO OESTE, UASLP.

El universo está lleno de fenómenos físicos y comportamientos fascinantes, entre ellos el caos —un comportamiento aperiódico e impredecible— que, a primera vista, puede parecer intimidante; sin embargo, al investigarlo a profundidad y comprender su importancia, resulta fácil admirarlo y perderse en su belleza. Por ello, en este trabajo ofrecemos un breve recorrido por el fascinante mundo de los sistemas caóticos y sus parajes, que incluyen formaciones exóticas conocidas como atractores, entre las cuales destaca la mariposa de Lorenz. Por otra parte, analizamos brevemente cómo la teoría del caos, combinada con la electrónica, ha permitido desentrañar el comportamiento complejo de los sistemas biológicos. Este entrelazado de caos, biología y electrónica cobra vida en la computación analógica, generando una conexión interdisciplinaria que desafía paradigmas, revela los misterios del mundo natural y abre la puerta a nuevos desarrollos tecnológicos.

En el corazón de nuestro universo, existe una sinfonía de complejidad y variabilidad que se manifiesta de maneras que desafían nuestras expectativas y despiertan un profundo interés por comprenderla. Numerosos fenómenos pueden analizarse como conjuntos de procesos o variables interconectadas, lo que permite considerarlos, de manera general, como *sistemas dinámicos*. Un sistema dinámico es aquel cuyo comportamiento cambia o evoluciona a lo largo del tiempo. Una célula, el cuerpo humano, un robot, nuestro planeta e incluso el universo mismo son ejemplos de sistemas dinámicos. Cada sistema exhibe un comportamiento propio, determinado por procesos internos y afectado por señales de entrada. Por ejemplo, en una sala de cine, los asistentes (sistemas) experimentan distintas emociones y reacciones ante la película que están viendo (entrada).

La complejidad de nuestro mundo, junto con el aumento de las interacciones humano-tecnológicas, se traduce en sistemas cada vez más interconectados. Aunque a menudo pasan desapercibidas, estas interacciones abarcan diversos campos científicos, desde la informática y la electrónica hasta la biología, la química y las ciencias sociales, por mencionar algunos. Comprender estos sistemas es esencial para el funcionamiento de dispositivos móviles, computadoras, el tráfico vehicular, la maquinaria industrial, la robótica, las comunicaciones, la aeronáutica e incluso para desvelar el intrincado funcionamiento del organismo humano.

Comencemos nuestro recorrido describiendo los sistemas caóticos. Uno de los rasgos distintivos de estos sistemas es su extrema sensibilidad a los cambios en su estado inicial. Incluso una pequeña diferencia en el estado inicial puede llevar a soluciones radicalmente diferentes a lo

largo del tiempo, un fenómeno conocido como el *efecto mariposa*. Este término fue acuñado en 1963 por el matemático y meteorólogo estadounidense Edward Norton Lorenz (1917-2008) quien lo resumió con su famosa frase: "*El aleteo de una mariposa en Brasil puede provocar un tornado en Texas*". Un ejemplo que puede resultarte familiar es el pronóstico del clima. Seguramente, más de una vez, antes de salir de casa por la mañana, has escuchado o leído en las noticias que el día estaría soleado. Sin embargo, al medio día cayó un chubasco de proporciones apocalípticas. ¿Te has preguntado alguna vez por qué el pronóstico del clima nunca es exacto? ¡Precisamente porque el clima se comporta como un sistema caótico! Para sus pronósticos, los meteorólogos utilizan modelos caóticos que se alimentan de datos obtenidos del clima actual. La más mínima variación en esos datos de entrada al modelo producirá pronósticos del clima completamente diferentes. Este ejemplo resalta la imposibilidad de predecir el comportamiento futuro de los sistemas caóticos.

Si eres aficionado a la ciencia ficción, quizás te te interese la película *El efecto mariposa* (título original: *The Butterfly Effect*), en la que se narra la historia de Evan Treborn (Ashton Kutcher), un joven que viaja al pasado y modifica ciertos eventos. La alteración de un pequeño acontecimiento desencadena cambios significativos en su futuro, encarnando el concepto del Efecto Mariposa.

Un aspecto fundamental de los sistemas caóticos es la generación de trayectorias únicas que no se repiten con el tiempo a diferencia de los sistemas periódicos, que siguen patrones regulares —por ejemplo, la turbina de un avión viajando a velocidad crucero— los sistemas caóticos evolucionan de manera impredecible, generando trayectorias que no se superponen. Además, al representar estas trayectorias en el plano, se forman los llamados *atractores extraños*. Estos atractores son regiones hacia las cuales las trayectorias caóticas tienden a converger de manera gradual. Dichos atractores adoptan estructuras fractales

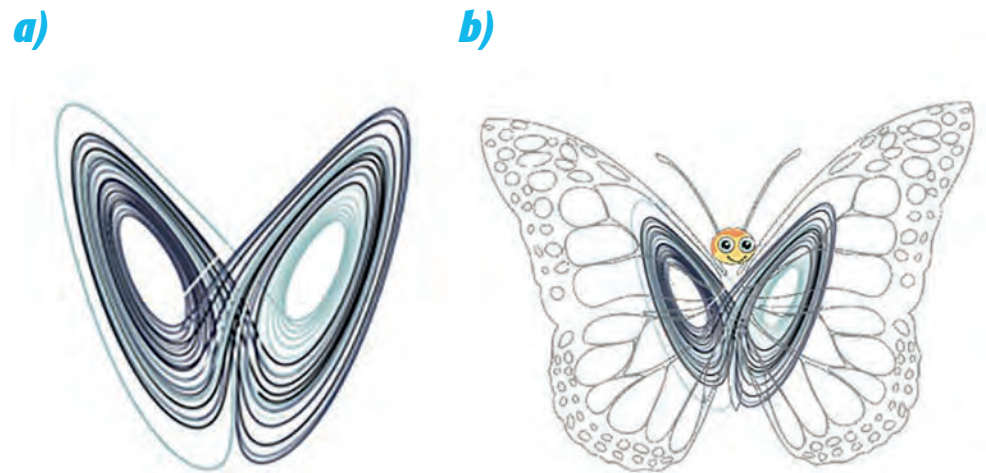


Figura 1. a) Atractor caótico del sistema de Lorenz. b) Analogía de la mariposa de Lorenz.

que generan patrones complejos e impredecibles. Uno de los atractores más conocidos es el atractor de Lorenz (1963) publicado en su artículo "Deterministic nonperiodic Flow", mostrado en la Figura 1a, el cual se asemeja a las alas de una mariposa, como se ilustra en la Figura 1b.

Otro tipo de diagramas asociados al comportamiento caótico son los llamados diagramas de bifurcación, o diagramas de Feigenbaum, nombrados así en honor del físico estadounidense Mitchell Feigenbaum (1944-2019), quien realizó importantes contribuciones al estudio de los sistemas caóticos. Un ejemplo de este tipo de diagramas se muestra en la Figura 2a, el cual corresponde al sistema conocido como mapa logístico. Este tipo de diagramas ha inspirado el diseño de vestidos caóticos! Por ejemplo, en 2010, el doctor Kazuyuki Aihara, profesor emérito de la Universidad de Tokio, Japón, en colaboración con la reconocida diseñadora de modas Eri Matsui, presentó un vestido inspirado en el mapa logístico

mostrado en la Figura 2 a. Más recientemente, diseñamos nuestro propio vestido caótico en colaboración con la diseñadora de modas Alma Rodríguez del atelier "El señorito Gato" en Ensenada, Baja California. Este vestido se muestra en la Figura 2b.

Con el ejemplo anterior, queda claro que el comportamiento caótico no se limita a cuestiones matemáticas complejas, sino que también puede observarse en el arte. Para más ejemplos asociados con los sistemas caóticos. Te invitamos a consultar nuestro trabajo previo presentado (Echenausía-Monroy, et al. 2022).

Por otra parte, las características únicas de los sistemas caóticos guarda una estrecha relación con los sistemas biológicos, como las neuronas del cerebro y las células beta del páncreas. Estos sistemas biológicos exhiben comportamientos inusuales y no repetitivos, lo que ha motivado una intensa investigación fundamentada en la teoría del caos. De hecho,

existen estudios, como el reportado en la investigación realizada por Pool (1989), que sugieren que algunos órganos del cuerpo humano, como el corazón y el cerebro, exhiben comportamientos caóticos y que, para estar saludables ¡debe haber caos en nuestro cuerpo! Por ejemplo, la Figura 3A muestra el trazo de un electrocardiograma antes y después de un ataque cardíaco. Por otra parte, la Figura 3B muestra el bosquejo de un electroencefalograma antes y después de un ataque de epilepsia. En este se observa que, antes del ataque, la señal es completamente aperiódica e irregular (caótica); sin embargo, después del ataque, la señal tiende a mostrar un mayor grado de periodicidad, es decir, se ha vuelto "menos caótica".

Para seguir explorando la relación entre el caos y los sistemas biológicos, es conveniente conocer la historia de dos científicos británicos de la década de 1950, que describimos en la siguiente sección.

Sistemas biológicos

Alan Lloyd Hodgkin y Andrew Fielding Huxley, investigadores del Trinity College de la Universidad de Cambridge, emprendieron un fascinante estudio sobre la transmisión de señales eléctricas a lo largo de las fibras nerviosas de ranas y, posteriormente, de los axones de calamares gigantes (Hodgkin y Huxley, 1952). Los axones son prolongaciones nerviosas que conectan las neuronas entre sí en el cerebro, como se ilustra en la Figura 4.

Su función es transmitir información, señales eléctricas y sustancias químicas entre una neurona y otra. Los

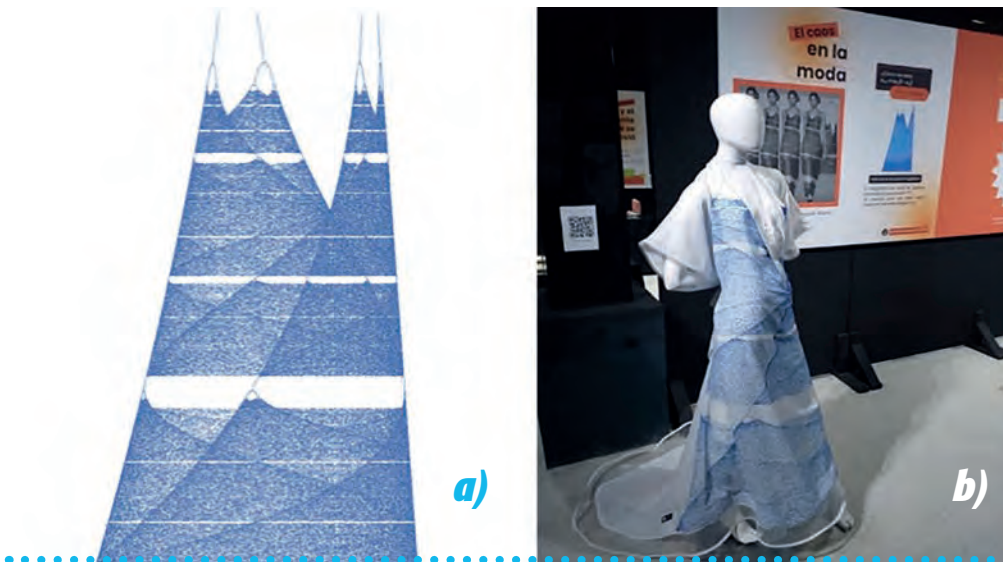


Figura 2.

a) Diagrama de bifurcación del mapa logístico. b) Vestido inspirado en el diagrama de bifurcación del mapa logístico.

axones del calamar gigante resultaron especialmente valiosos para este estudio debido a su impresionante tamaño, que varía entre los 50 centímetros hasta los 2.3 metros. Estas criaturas marinas poseen una respuesta extremadamente rápida en el agua al enfrentarse a depredadores.

Hodgkin y Huxley implementaron técnicas innovadoras de medición de voltaje para desarrollar un modelo matemático del potencial de acción, basado en la suma de corrientes e implementado mediante componentes eléctricos. Este logro les otorgó el Premio Nobel de Fisiología y Medicina en 1963.

Para comprender mejor este fascinante descubrimiento, podemos imaginar el potencial de acción del axón como un impulso eléctrico que se desplaza a través de una línea de comunicación, como se ilustra en la Figura 4. Este impulso

tiene una amplitud extremadamente pequeña, de aproximadamente 80 milivoltios, y ocurre en una fracción de segundo, alrededor de 10 milisegundos. Para ponerlo en perspectiva, si tuvieras un cargador de celular de 5 voltios, el nivel de voltaje de un potencial de acción equivaldría apenas al 1 % de ese valor, lo que demuestra lo minúsculo de este impulso. Es importante recordar que no estamos hablando de un axón cualquiera sino del axón de un calamar gigante.

Hodgkin y Huxley emplearon una técnica de medición innovadora conocida como *voltage clamp* (pinza de voltaje), que utiliza la membrana de la neurona como referencia. A través de amplificadores electrónicos analógicos, aumentaron el voltaje del potencial de acción hasta hacerlo visible en un osciloscopio. Su investigación reveló que la transmisión de información en una neurona,

desencadenada por una corriente de impulso inicial, se asemeja al comportamiento de algunos elementos en circuitos electrónicos. En otras palabras, lograron formular un modelo matemático a partir de ecuaciones diferenciales no lineales, el cual se asemejaba de manera sorprendente al comportamiento natural de una neurona que también podía ser implementado físicamente con componentes electrónicos. Este descubrimiento ha tenido un impacto enorme en la ciencia, especialmente en la fisiología y la biofísica, al proporcionar comprensión sobre el funcionamiento de nuestro cerebro y cuerpo en general.

Muchos sistemas biológicos presentan respuestas similares a las documentadas por los científicos británicos. Además, a partir de este modelo, se han realizado numerosos experimentos y simulaciones para desarrollar otros modelos matemáticos

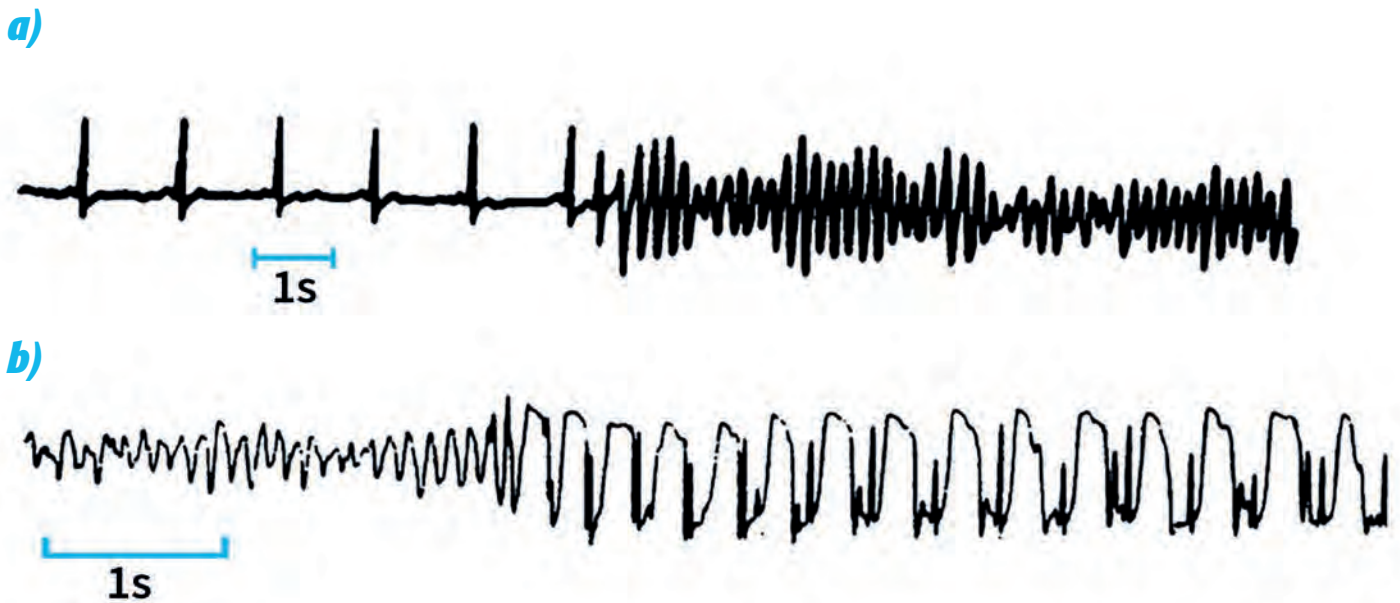


Figura 3. Durante un ataque cardíaco *a)* o un ataque epiléptico *b)* se puede observar un cambio en el ritmo, el cual se puede asociar con la aparición/desaparición de comportamiento caótico.

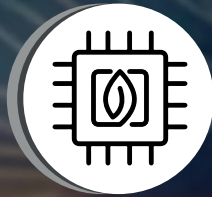
Imagen tomada de Pool (1989).

Caos y computación analógica de sistemas bio-inspirados



El caos en sistemas dinámicos: Es un comportamiento impredecible pero determinista, caracterizado por su sensibilidad a las condiciones iniciales, ejemplificado en fenómenos como el clima y los atractores extraños.

Biología y caos: Sistemas biológicos como el cerebro y el corazón presentan dinámicas caóticas esenciales para su funcionamiento saludable.



Modelos matemáticos bio-inspirados: Modelos como los de Hodgkin-Huxley y FitzHugh-Nagumo reproducen la actividad eléctrica de sistemas biológicos con comportamientos caóticos.

Computación analógica: La implementación de modelos bio-inspirados en circuitos electrónicos permite estudiar y replicar comportamientos biológicos complejos.



Innovación interdisciplinaria: La conexión entre caos, biología y electrónica impulsa avances en bioinformática, robótica y redes neuronales.

neuronales que refleje de manera más precisa el comportamiento real.

Algunos de los más destacados son el modelo de FitzHugh Nagumo, desarrollado en 1961, y el modelo formulado por Izhikevich en 2003 (Ortega y Pena, 2020) los cuales, además de representar patrones de actividad eléctrica, exhiben un fenómeno intrigante de irregularidad impredecible similar a los sistemas caóticos. Esta singularidad es una de las razones por las cuales los sistemas biológicos y los sistemas caóticos generan un gran interés en diversos campos de estudio, ya que no pueden

describirse mediante ecuaciones lineales o simplificaciones. En cambio, presentan comportamientos atípicos en los cuales los estados no se repiten a lo largo del tiempo.

Ejemplos adicionales de modelos matemáticos de sistemas biológicos, con características similares a la teoría del caos, se encuentran en ecuaciones que describen el ritmo cardíaco, como se observa en la Figura 3A, o en aquellas que representan el comportamiento de las células beta en los islotes de Langerhans del páncreas, responsables de regular la glucosa en el cuerpo. Se puede encontrar más información

sobre estos modelos en las referencias citadas en Ontañón y Campos (2013).

Computación analógica

La validación de resultados y la confirmación empírica desempeñan un papel fundamental en la investigación científica, especialmente en el estudio de la neurona de Hodgkin y Huxley. Sin embargo, al tratar sistemas biológicos con comportamientos caóticos, cuya representación se fundamenta exclusivamente en modelos matemáticos y ecuaciones no lineales, surge una oportunidad sumamente intrigante: la implementación física o mediante

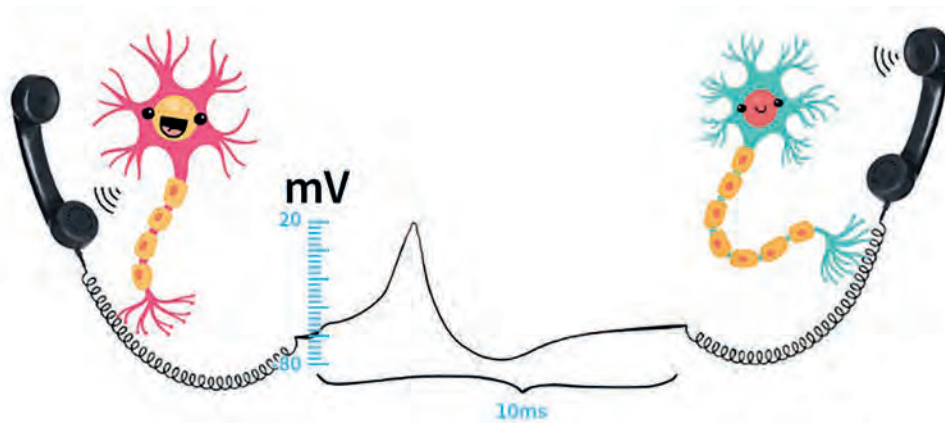


Figura 4. Ilustración del potencial de acción de un axón representado como transmisión de información con las extensiones largas que salen del núcleo y se acercan hacia el cable telefónico.

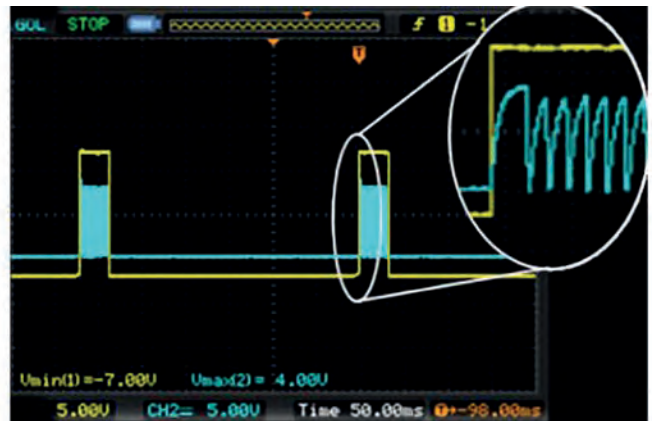
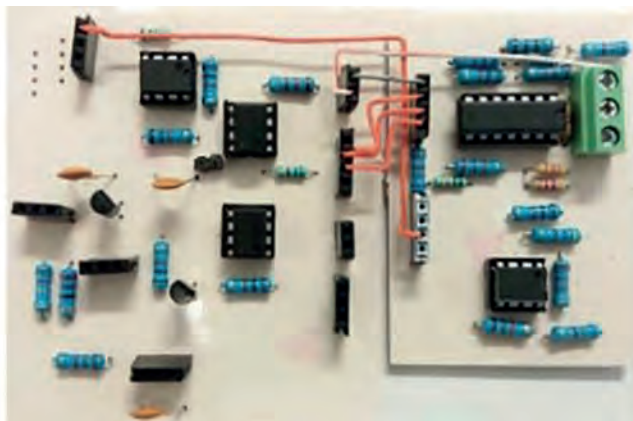


Figura 5. Implementación electrónica y ráfagas del potencial de membrana de una célula de Hodgkin y Huxley (Ortega y Pena, 2020)



Ingeniero electrónico por la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí; maestría en Ciencias Aplicadas en el Instituto de Investigación en Comunicación Óptica (IICO) y doctorado en Ciencias Aplicadas en el IICO. En la actualidad se desempeña como profesor investigador de tiempo completo en la Coordinación Académica Región Altiplano Oeste (CARAO) de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí y responsable técnico del Proyecto COPOCYT de Fideicomiso 23871 de la Convocatoria 2023-01. "Predicción y seguimiento de trayectorias de sistemas dinámicos mediante redes neuronales artificiales recurrentes y su aplicación en robótica". Cuenta con beca para estudiante que tengan interés en participar en la investigación en 2025.

electrónica analógica. Esta perspectiva resulta especialmente atractiva debido a la sorprendente relación que Hodgkin y Huxley establecieron entre el axón nervioso y los circuitos eléctricos analógicos. ¿Puedes imaginarlo? La recreación del comportamiento de una neurona mediante componentes electrónicos convencionales, lo que podríamos denominar una 'neurona electrónica', podría eventualmente llevar a la creación de un 'cerebro electrónico' capaz de permitir, por ejemplo, que un robot móvil se desplace de manera autónoma en un entorno desconocido.

La computación analógica ha sido explorada de manera exhaustiva, como lo demuestran los diversos artículos en los que se documentan circuitos y simulaciones que imitan comportamientos bioinspirados (Ortega y Pena, 2020), es decir, reproducen comportamientos biológicos mediante circuitos electrónicos. Un ejemplo de este tipo de circuitos se muestra en la Figura 5, donde se presenta la implementación electrónica del modelo de Hodgkin y Huxley, junto con su potencial de membrana generado.

A pesar de la amplia variedad de aplicaciones de estos diseños de circuitos, se destaca principalmente dos casos:

a) La notable similitud entre la respuesta de los circuitos electrónicos y los comportamientos observados en sistemas biológicos ha impulsado su implementación en diversas áreas de la ciencia. Este enfoque


no solo tiene como objetivo comprender mejor la biología, sino también reducir la necesidad de estudios con seres vivos. Además, las implementaciones electrónicas permiten analizar comportamientos directamente en términos de voltaje y corriente, independientemente del tiempo de funcionamiento de los dispositivos, lo cual, en general, resulta ser una opción rentable y una alternativa a los estudios *in vivo e in vitro*.

b) Dada la inherente complejidad de los sistemas biológicos mencionados, estos circuitos se emplean para explorar fenómenos no necesariamente vinculados a la biología. Por ejemplo, se aplican en el análisis de sistemas y redes interconectadas, similares a aquellas que forman la base de la arquitectura de Internet. También se utilizan en el estudio de redes neuronales artificiales diseñadas para abordar problemas específicos. En el campo de la bioinformática, se aprovecha el comportamiento de los sistemas biológicos para resolver desafíos de procesamiento computacional, como el procesamiento de audio y video.

Para concluir, esperamos que, en este punto, estés de acuerdo con nosotros en que, en un universo donde la impredecibilidad y la singularidad se entrelazan, los sistemas caóticos ofrecen un lienzo intrigante que invita a la exploración. Su sensibilidad en su estado inicial, la aparición de atractores extraños y la creación de trayectorias únicas trascienden los límites del entendimiento. Al aplicar la teoría del caos en el ámbito

de los sistemas biológicos, como las neuronas y las células, se revelan las enigmáticas particularidades de sus comportamientos irregulares, se trazan nuevos límites en el vasto territorio de la investigación científica. En esta travesía, la sinfonía que surge entre la biología y la electrónica cobra vida a través de la computación analógica, tejiendo una red interdisciplinaria que desafía paradigmas.

Agradecimientos

L.J. Ontañón-García y J. Pena Ramírez agradecen el apoyo de CONAHCYT a través del proyecto de ciencia básica A1-S-26123, titulado *Análisis, control y sincronización de sistemas complejos con interconexiones dinámicas y acoplamientos flexibles*. L.J.O.G. agradece al Consejo Potosino de Ciencia y Tecnología (COPOCYT) por el apoyo otorgado en proyecto Fideicomiso 23871 de la Convocatoria 2023-01. 

Referencias bibliográficas:

- ¡Echenausia-Monroy, J. L., Cuesta-García, J. and Pena Ramirez, J. (2022). The wonder world of complex systems. *Chaos Theory and Applications*, 4(4), 267-273.
- Pool, R. (1989). Is It Healthy to Be Chaotic? *Science* vol. 243, pp. 604-607.
- Hodgkin, A.L. and Huxley A.F. (1952). "Quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve" *The Journal of Physiology*. 117 (4): 500-44.
- Ortega, G., Nunez, R. and Pena Ramirez, J. (2020). A modified hybrid Izhikevich neuron: modeling, synchronization, and experiments. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 5683-5688.
- Ontañón-García, L.J. and Campos-Cantón, E. (2013). Discrete coupling and synchronization in the insulin release in the mathematical model of the cells, *Discrete Dynamics in Nature and Society*, vol. 2013, Article ID 427050.